

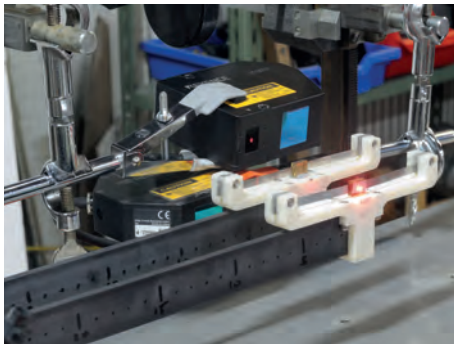
Étude numérique et expérimentale du pompage énergétique des premiers modes vibratoires d'un système mécanique :
Modélisation et étude paramétrique simplifiée

P.-O. Mattei, R. Ponçot, M. Pachebat, R. Côte

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, CNRS UPR 7051
31 chemin Joseph Aiguier 13402 Marseille cedex 20

Le 14 octobre 2014. Journée du GdR Dynolyn

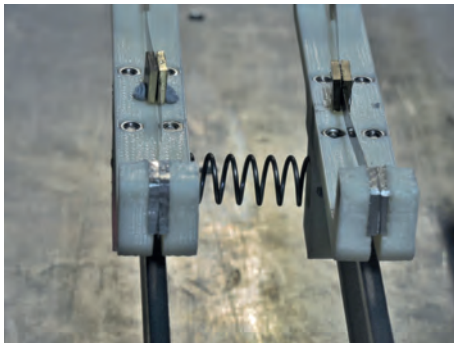
Le cas traité : deux poutres couplées et 1 ou 2 NES



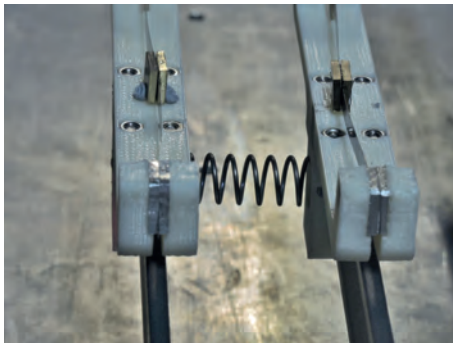
- ▶ Deux poutres cantilever couplées par un ressort : **modèle de paroi double**.
- ▶ Deux modes vibratoires à atténuer : en phase et en opposition de phase

Poutres en acier : 35 cm de long, hauteur 2,5 cm et épaisseur 2 mm (masse surfacique équivalente au BA13).

Le NES



Support en ABS + lame mince **pré-flambée** + masse.



Support en ABS + lame mince **pré-flambée** + masse.

Pré-flambement :

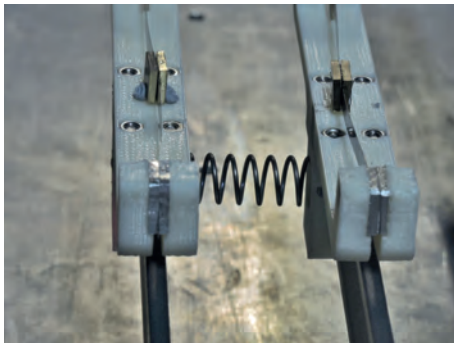
- ▶ Raideur variable : mollissante basse amplitude, raidissante forte amplitude



Support en ABS + lame mince **pré-flambée** + masse.

Pré-flambement :

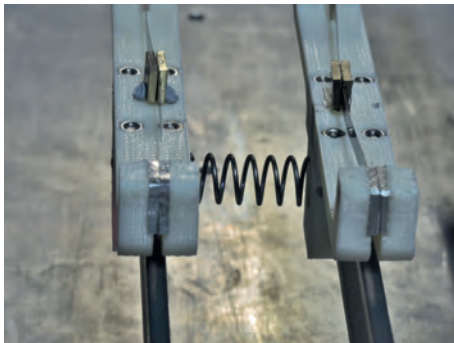
- ▶ Raideur variable : mollissante basse amplitude, raidissante forte amplitude
- ▶ Abaisse (considérablement) le seuil de pompage



Support en ABS + lame mince **pré-flambée** + masse.

Pré-flambement :

- ▶ Raideur variable : mollissante basse amplitude, raidissante forte amplitude
- ▶ Abaisse (considérablement) le seuil de pompage
- ▶ Mouvement chaotique possible



Support en ABS + lame mince **pré-flambée** + masse.

Pré-flambement :

- ▶ Raideur variable : mollissante basse amplitude, raidissante forte amplitude
- ▶ Abaisse (considérablement) le seuil de pompage
- ▶ Mouvement chaotique possible

On abaisse le niveau vibratoire de plus de 10 dB sur les 2 modes

Plan de la présentation

- ▶ Modèle à 2 ddl pour les poutres
- ▶ Le modèle à 1 ddl pour le NES : limite et solution
- ▶ Le modèle complet à 3 ou 4 ddl
- ▶ Comparaisons calcul-mesures
- ▶ Analyse paramétrique
- ▶ Commentaires de conclusion

Modèle à 2 ddl pour 2 poutres couplées par un ressort linéaire

\mathcal{H} : séparation espace-temps (non valable pour certains modèles d'amortissement).

$$w_{1,2}(x, t) = \phi_1(x)u_{1,2}(t)$$

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{u}_1(t) + \mu_1 \dot{u}_1(t) + k_1 u_1(t) + k_c(u_1(t) - u_2(t)) &= \phi_1^2(x_0)F(t) \\ m_1 \ddot{u}_2(t) + \mu_1 \dot{u}_2(t) + k_1 u_2(t) - k_c(u_1(t) - u_2(t)) &= 0 \end{aligned}$$

- ▶ $k_c = r_c \phi_1^2(x_N)$: raideur de couplage dynamique
- ▶ μ_1 : amortissement visqueux
- ▶ $m_1 = \rho_p S_p + (m_N + \frac{m_c}{2}) \phi_1^2(x_N)$ masse dynamique (poutre + NES + ressort)
- ▶ $\phi_n(x)$: mode propre de la poutre cantilever ($k_1 L = 1.875104$) :

$$\phi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \left(\cos(k_1 x) - \cosh(k_{n1} x) - \frac{\cos(k_1 L) + \cosh(k_1 L)}{\sin(k_1 L) + \sinh(k_1 L)} [\sin(k_1 x) - \sinh(k_1 x)] \right)$$

Deux modes :

- ▶ le mode en phase (≈ 22 Hz)
- ▶ le mode couplé en opposition de phase (≈ 38 Hz)

Modèle initial à 1 ddl pour 1 NES flambé

On écrit le déplacement de la poutre flambée comme :

$$w(x, t) = w_0(x) + v(x, t), \text{ avec } w_0(x) = \frac{1}{2}b(1 - \cos 2\pi x).$$

Si (**forte hypothèse**) :

$$v(x, t) = w_0(x)q(t)$$

alors l'éq. diff. NL du NES est :

$$(3/8 + \beta)\ddot{q}(t) + \frac{3}{8}\mu_{eq}\dot{q}(t) + \frac{b^2\pi^4}{4}(q(t) + \frac{3}{2}q(t)^2 + \frac{1}{2}q(t)^3) = \frac{1}{b^2} \int_0^1 F_{eq}\Psi(x) dx \sin \Omega t$$

$\beta \approx 7$: rapport masse ponctuelle/masse de la poutre. Cette équation a 3 points d'équilibre : 0, -1, -2. 0 et -2 sont stables; -1 est instable.

Modèle initial à 1 ddl pour 1 NES flambé

On écrit le déplacement de la poutre flambée comme :

$$w(x, t) = w_0(x) + v(x, t), \text{ avec } w_0(x) = \frac{1}{2}b(1 - \cos 2\pi x).$$

Si (**forte hypothèse**) :

$$v(x, t) = w_0(x)q(t)$$

alors l'éq. diff. NL du NES est :

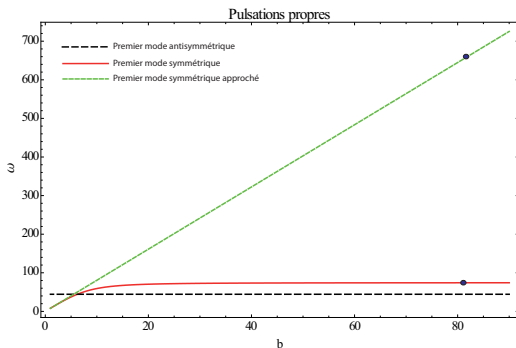
$$(3/8 + \beta)\ddot{q}(t) + \frac{3}{8}\mu_{eq}\dot{q}(t) + \frac{b^2\pi^4}{4}(q(t) + \frac{3}{2}q(t)^2 + \frac{1}{2}q(t)^3) = \frac{1}{b^2} \int_0^1 F_{eq}\Psi(x) dx \sin \Omega t$$

$\beta \approx 7$: rapport masse ponctuelle/masse de la poutre. Cette équation a 3 points d'équilibre : 0, -1, -2. 0 et -2 sont stables ; -1 est instable.

$f_1 = 1/2b\pi/\sqrt{4(3/8 + \beta)}$ dépend linéairement de b . Th : 350 Hz. Exp : 25 Hz ...
(Facteur 14... Clairement faux !)

Analyse linéaire de la poutre flambée

Le problème est lié à l'approximation à un seul mode de $v(x, t) = w_0(x)q(t)$.¹ On montre que les premières pulsations propres varient avec b comme

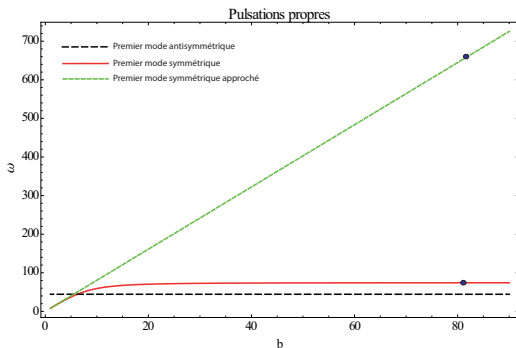


pour $b \approx 80$, on a $\tilde{\omega}_{N1}/\omega_{N1} \approx 9...$ (Mieux !)

1. On peut choisir de décrire très précisément le comportement linéaire de $v(x, t)$ ou le changement de position d'équilibre mais pas les 2 avec 1 seul mode

Analyse linéaire de la poutre flambée

Le problème est lié à l'approximation à un seul mode de $v(x, t) = w_0(x)q(t)$.¹ On montre que les premières pulsations propres varient avec b comme



pour $b \approx 80$, on a $\tilde{\omega}_{N1}/\omega_{N1} \approx 9...$ (Mieux !)

⇒ paramètre : **fréquence propre de la poutre flambée**

1. On peut choisir de décrire très précisément le comportement linéaire de $v(x, t)$ ou le changement de position d'équilibre mais pas les 2 avec 1 seul mode

Modèle final à 1 ddl pour 1 NES flambé

Grandeurs physiques

$$m_N \ddot{q}(t) + c_N \dot{q}(t) + k_N \mathcal{F}(q(t)) = 0,$$

- ▶ $m_N = (\frac{3}{8}\rho A \ell + m_0)$: masse dynamique
- ▶ $c_N = \frac{3}{8}\ell\mu$: amortissement dynamique
- ▶ $k_N = (2\pi f_{N1})^2 m_N$: raideur équivalente dynamique (**paramètre ajusté**)

$$\mathcal{F}(g(t)) = (g(t) - \tilde{b}) + \frac{3}{2\tilde{b}} (g(t) - \tilde{b})^2 + \frac{1}{2\tilde{b}^2} (g(t) - \tilde{b})^3.$$

Modèle à 4 ddl pour 2 poutres couplées et 2 NES

On autorise la variation de 3 paramètres : l'amortissement des NES c_N et les fréquences propres linéaires des NES k_{1N} et k_{2N} .

$$m_1 \ddot{u}_1(t) + \mu_1 \dot{u}_1(t) + k_1 u_1(t) + k_c(u_1(t) - u_2(t)) - c_N \left(\dot{\tilde{q}}_1(t) - \phi_1(x_N) \dot{u}_1(t) \right) - k_{1N} \mathcal{F}(\tilde{q}_1(t) - \phi_1(x_N) u_1(t)) = A \phi_1^2(x_0) F(t)$$

$$m_1 \ddot{u}_2(t) + \mu_1 \dot{u}_2(t) + k_1 u_2(t) - k_c(u_1(t) - u_2(t)) - c_N \left(\dot{\tilde{q}}_2(t) - \phi_1(x_N) \dot{u}_2(t) \right) - k_{2N} \mathcal{F}(\tilde{q}_2(t) - \phi_1(x_N) u_2(t)) = 0$$

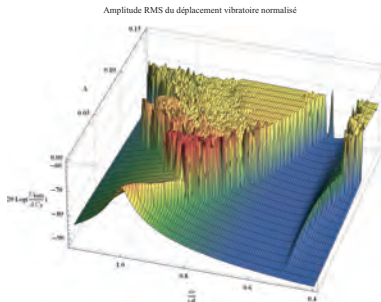
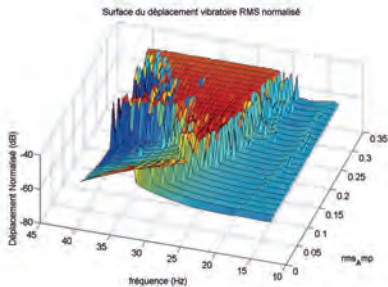
$$m_N \ddot{\tilde{q}}_1(t) + c_N \left(\dot{\tilde{q}}_1(t) - \phi_1(x_N) \dot{u}_1(t) \right) + k_{1N} \mathcal{F}(\tilde{q}_1(t) - \phi_1(x_N) u_1(t)) = 0$$

$$m_N \ddot{\tilde{q}}_2(t) + c_N \left(\dot{\tilde{q}}_2(t) - \phi_1(x_N) \dot{u}_2(t) \right) + k_{2N} \mathcal{F}(\tilde{q}_2(t) - \phi_1(x_N) u_2(t)) = 0$$

$$F(t) = A \sin(\omega t)$$

Comparaison calcul/mesure

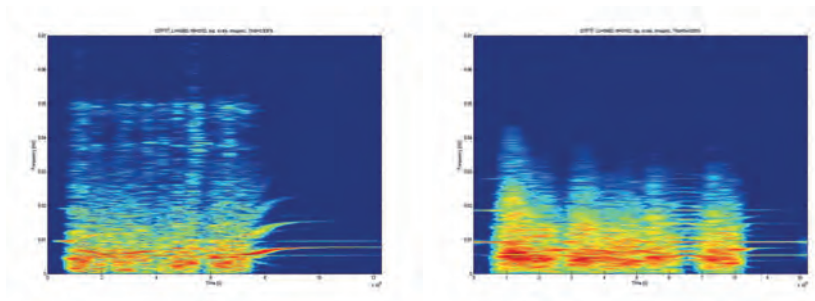
Surfaces de réponse amplitude-fréquence pour le NES seul



FRF du NES. Mesure (gauche) et calcul (droite).
 \tilde{q}_{RMS}/A vs f & A .

- ▶ harmonique 1/2 à faible amplitude
- ▶ envahissement du plan $A - \omega$: mouvement chaotique du NES à forte amplitude
- ▶ comportement amollissant à faible amplitude
- ▶ trop d'amortissement à forte amplitude

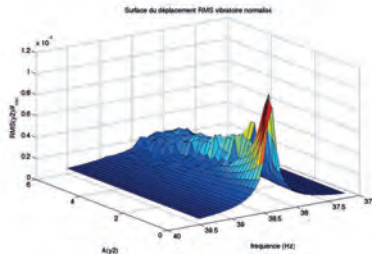
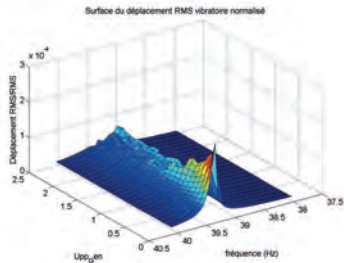
Analyse temps-fréquence pour le système deux poutres couplées et un NES



Réponse forcée du NES. Mesure (gauche) et calcul (droite).
 $\tilde{q}(t)$ à la fréquence du mode couplé.

- ▶ harmoniques 2, 3 et 1/2 du forçage en début de signal
- ▶ envahissement du plan $t - \omega$: mouvement chaotique du NES en pompage
- ▶ comportements amollissant puis raidissant à extinction
- ▶ modélisation perfectible de l'amortissement à forte amplitude

Réponses en fréquence pour le système deux poutres couplées et un NES

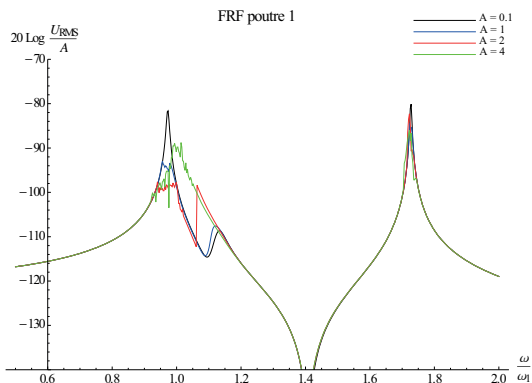


FRF poutre 1. Mesure (gauche) et calcul (droite).
 u_{1RMS}/A vs f & A . Mode couplé.

- ▶ **Atténuation** > 10 dB... Sur les deux modes.

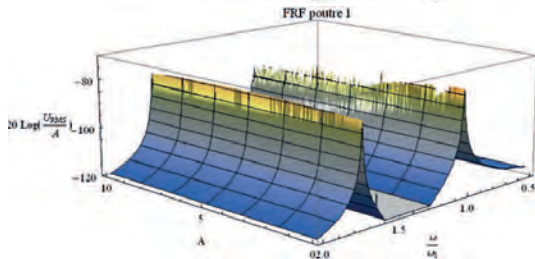
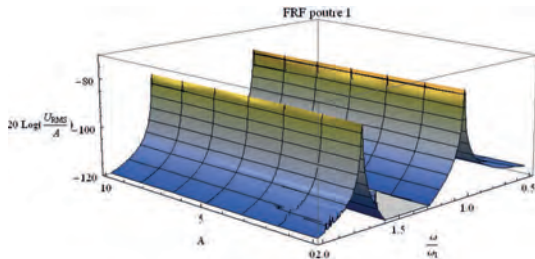
Une première analyse paramétrique

Réponses en fréquence pour le système deux poutres couplées et un NES



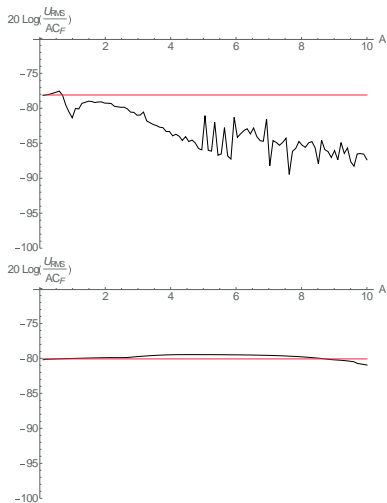
FRF poutre 1. Amortissement : poutres $\mu_1 = 0,5 \text{ Kg.m/s}$ - NES $c_N = 0,5 \text{ Kg.m/s}$
 $f_1 = 22 \text{ Hz}$, $f_2 = 38 \text{ Hz}$, $F_N = 25 \text{ Hz}$.

FRF - 3 ddl -Variation $k_N = m_N (2\pi f_N)^2$



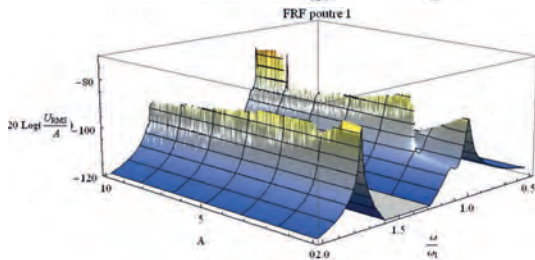
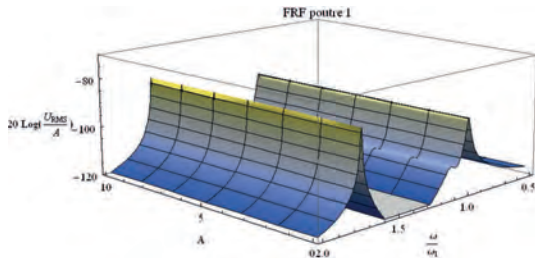
FRF poutre 1. $f_N = 14 \text{ Hz}$

FRF - 3 ddl -Variation $k_N = m_N (2\pi f_N)^2$



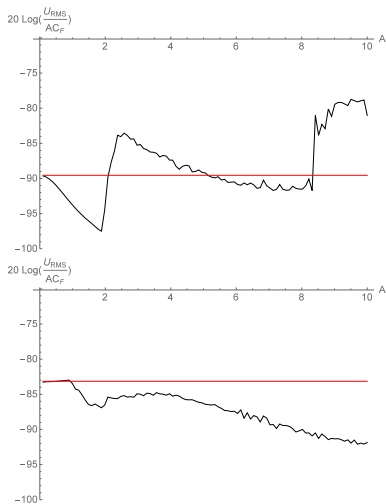
Lignes de crête (mode 1 : haut, mode 2 : bas) ; poutre 1. $f_N = 14 \text{ Hz}$

FRF - 3 ddl -Variation $k_N = m_N (2\pi f_N)^2$



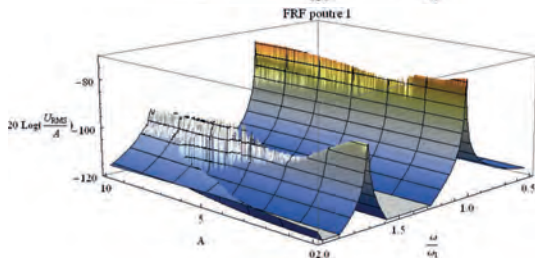
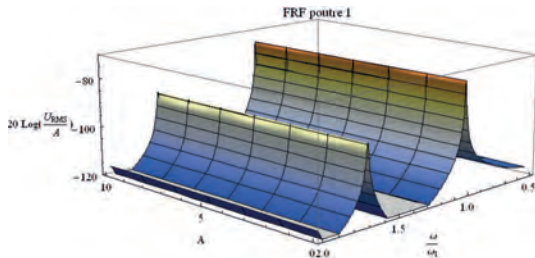
FRF poutre 1. $f_N = 24$ Hz

FRF - 3 ddl -Variation $k_N = m_N (2\pi f_N)^2$



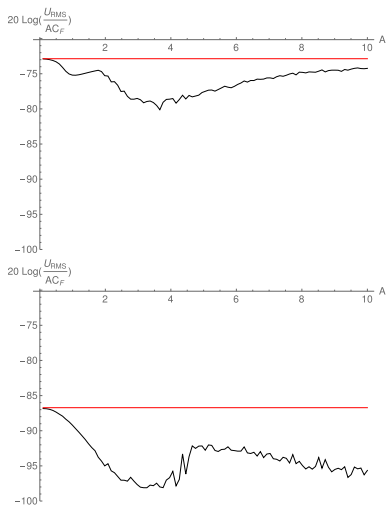
Lignes de crête (mode 1 : haut, mode 2 : bas); poutre 1. $f_N = 24 \text{ Hz}$

FRF - 3 ddl -Variation $k_N = m_N (2\pi f_N)^2$



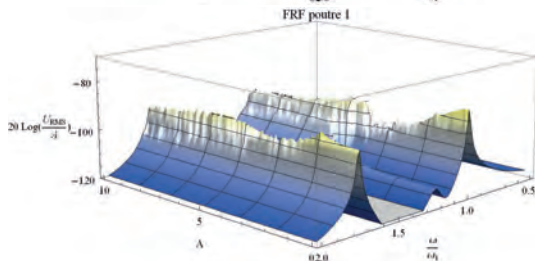
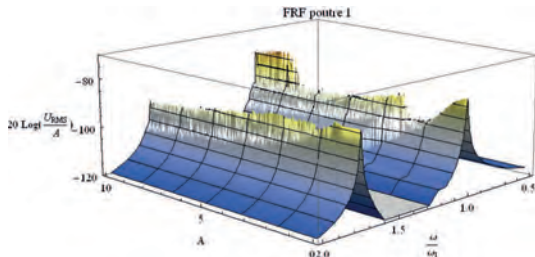
FRF poutre 1. $f_N = 44$ Hz

FRF - 3 ddl -Variation $k_N = m_N (2\pi f_N)^2$



Lignes de crête (mode 1 : haut, mode 2 : bas) ; poutre 1. $f_N = 44 \text{ Hz}$

FRF - 4 ddl -Variation $k_N = m_N (2\pi f_N)^2$



FRF poutre 1 des systèmes 3 ddl et 4 ddl. $f_{1N} = 26$ Hz $f_{2N} = 26$ Hz

Acquis :

- ▶ Gain de plus de 10 dB d'amortissement sur une large gamme de configurations
- ▶ Amortissement :
 - ▶ faible pour le NES (comparable à celui de la poutre)
 - ▶ besoin d'un meilleur modèle d'amortissement - (faible et fort niveau)
- ▶ Fréquence linéaire du NES
 - ▶ entre les résonances à contrôler
 - ▶ trop basse ou trop haute : limite la capacité du NES à "voir" la résonance éloignée
 - ▶ besoin d'un meilleur modèle de poutre flambée - masse ponctuelle
- ▶ Cumul d'effets avec plusieurs NES (pas de contre-indication notable)

En cours :

- ▶ Effet "Frahm" visible. Système primaire plus massif ?
- ▶ Contrôle du flambement/torsion.
- ▶ Quid des plaques avec excitation aérienne : niveaux vibratoires, modèle à peu de ddl, positionnement du NES
- ▶ Analyse plus fine de la réponse temporelle (contenu fréquentiel du signal lors du pompage)



That's All Folks!

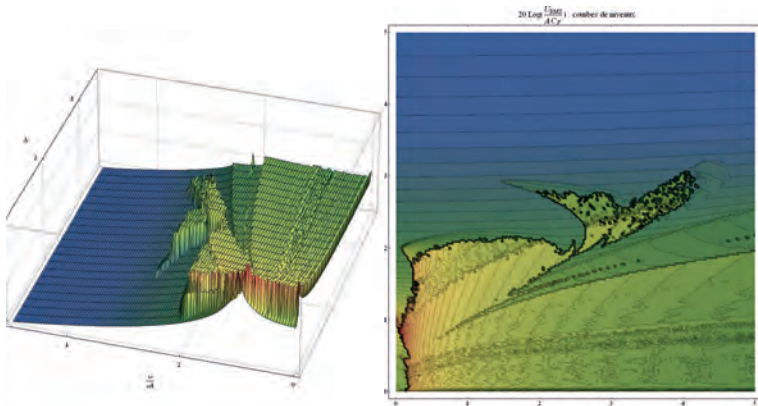
Director's cut - films ralentis



Director's cut - films ralentis



Director's cut - FRFs étendues



Calcul des niveaux RMS du NES en fonction de la fréquence et de l'amplitude d'excitation. Vue étendue.